Quelques règles de calcul mental

Méthode

I-Pour l'addition (+)

1) Additionner ou soustraire par 299, 199, 1001, 0,99, …

ex : $2658 + 299 = 2957$

$2658 \xrightarrow{+300} 2958 \xrightarrow{-1} 2957$

$33,7 - 0,99 = 32,71$

$33,7 \xrightarrow{-1} 32,7 \xrightarrow{+0,01} 32,71$

2) Grouper astucieusement les termes

Pour le calcul d'une somme, l'ordre des termes n'a pas d'importance. Ce n'est pas vrai pour une différence.

ex : $21,26 + 3,12 + 78,74 + 6,88$

$21,26 + 3,12 + 78,74 + 6,88$

$= 21,26 + 78,74 + 3,12 + 6,88$

$= 100 + 10$

$= 110$

II-Pour la multiplication (x)

1) Multiplier par 4 (c'est x2 puis x2)

ex : $41 \times 4 = 164$

$41 \xrightarrow{\times 2} 82 \xrightarrow{\times 2} 164$

2) Multiplier par 0,5 (c'est :2)

ex : $32 \times 0,5 = 16$

$32 \xrightarrow{:2} 16$

3) Multiplier par 5 (c'est x10 puis :2)

ex : $66 \times 5 = 330$

$66 \xrightarrow{\times 10} 660 \xrightarrow{:2} 330$

4) Multiplier par 10, 100, 1000,…

Lorsqu'on multiplie un nombre par 1000, il « grandit » de 3 rangs.

ex : $32 \times 1000 = 32\,000$ $\qquad$ $12 \times 500 = 12 \times 5 \times 100 = 6000$

$6,3 \times 100 = 630$ $\qquad$ $21,21 \times 10 = 212,1$

5) Multiplier par 0,1, 0,01, …

Lorsqu'on multiplie un nombre par 0,001, il « réduit » de 3 rangs.

ex : $312 \times 0,001 = 0,312$ $\qquad$ $63 \times 0,01 = 0,63$

1,2 x 0,001 = 0,0012 21,23 x 0,1 = 2,123

6) Grouper astucieusement les facteurs

Pour le calcul d'un produit, l'ordre des facteurs n'a pas d'importance.

Ce n'est pas vrai pour un quotient.

ex : 2,5 x 6,68 x 4

= 2,5 x 4 x 6,68

= 10 x 6,68

= 66,8

II-Ordre de grandeur

On remplace les termes ou les facteurs à calculer par des nombres proches et « plus simples ».

Le résultat obtenu est une valeur proche du résultat. On l'appelle un ordre de grandeur.

42,5 + 29,36 ≈ 40 + 30 = 70 69,32 x 103,5 ≈ 70 x 100 = 7000

79,36 – 21,2 ≈ 80 – 20 = 60

Electricité

Equations principales des circuits RL et RC

Circuit RC		Circuit RL	
Variables $x(t)$	Constantes	Variables x	Constantes
u_C	E	i	E
q	R	u_R	R
i_C	C	u_L	L
u_R			r
$i_C = C\dfrac{du_C}{dt}$		$u_L = L\dfrac{di_L}{dt}$	
$u_C(0^-) = u_C(0^+)$		$i_L(0^-) = i_L(0^+)$	
$i_C(0^-) \neq i_C(0^+)$		$u_L(0^-) \neq u_L(0^+)$	
$\tau = RC$		$\tau = \dfrac{L}{R}$	

Equation différentielle : [illegible]

Solution : [illegible]

Oscillations libres dans un circuit RLC série

Circuit LC idéal

Equation différentielle :	Solution :
$u_C + u_L = 0 \Rightarrow \dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}u_C = 0$	$u_C(t) = U_m \cos\left(\dfrac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$

Expression d'autres grandeurs

$q(t) = CU_m \cos\left(\dfrac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$ $\quad$ $i(t) = -CU_m . \dfrac{2\pi}{T_0} \sin\left(\dfrac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$

$u_L(t) = -U_m \cos\left(\dfrac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$

Energie totale	Conservation de l'énergie E_T		
$E_T = E_e + E_m$ $E_T = E_{emax} = E_{mmax}$	$E_T = Cte$	$\dfrac{dE_T}{dt} = 0$	$\Delta E_T = 0$

Circuit RLC amorti

Equations différentielles : $u_C + u_L + u_R = 0$

$\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{R+r}{L}\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{LC}u_C = 0$ $\quad$ $\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{R+r}{L}\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{LC}q = 0$

Non conservation de l'énergie E_T

$E_T \neq Cte$ $\quad$ $\dfrac{dE_T}{dt} = -(R+r).i^2 \prec 0$ $\quad$ $\Delta E_T = -(R+r).i^2.\Delta t \prec 0$

Circuit RLC [illegible]

Pour entretenir les oscillations dans un circuit RLC, on relie ce circuit à un dispositif qui délivre une tension proportionnelle au courant qu'il débite. Ce dispositif permet de compenser l'énergie dissipée par effet Joule.

Equation différentielle : $u_C + u_L + u_R = u_G$

$\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{R+r-k}{L}\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{LC}u_C = 0$ avec $k = R + r$

Ondes : caractéristiques

OMP : $\boxed{v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{SM}{\tau}}$; **OMPP :** $\boxed{v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda.N}$

Lumière monochromatique				
Milieux	Indice de réfraction	Longueur d'onde	Vitesse ($m.s^{-1}$)	Couleur et la fréquence
Vide	$n = \frac{c}{c} = 1$	$\lambda_0 = \frac{c}{\upsilon}$	$c = 3.10^8$	Restent les mêmes dans les deux milieux
Milieu transparent	$n_m = \frac{c}{v} \prec 1$	$\lambda = \frac{v}{\upsilon}$	$v \prec c$	

Transformation nucléaire

Détermination graphique de $t_{1/2}$:

$11,9 - 11,2 = 0,7 = \ln(2)$

Donc $t_{1/2} = 56s$

Transformation nucléaire

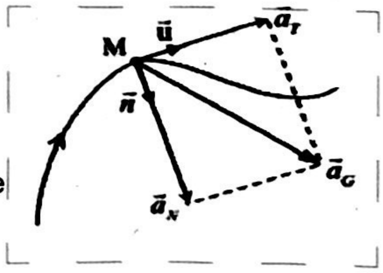
- **Grandeurs cinématiques**

Vecteur position	Vecteur vitesse	Vecteur accélération
$\overrightarrow{OG} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2}$
Norme	**Norme**	**Norme**
$OG = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$v_G = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ avec $\begin{cases} v_x = \dot{x} \\ v_y = \dot{y} \\ v_z = \dot{z} \end{cases}$	$a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ avec $\begin{cases} a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{cases}$

Accélération dans le repère de Frenet :

$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T \qquad a = \sqrt{a_N^2 + a_T^2}$

Avec $\begin{cases} a_N = \frac{v^2}{\rho} \\ a_T = \frac{dv}{dt} \end{cases}$ ρ rayon de courbure, pour la trajectoire circulaire $\rho = R$



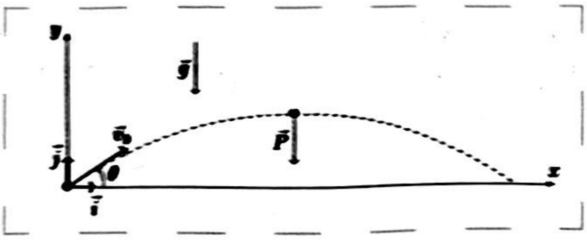
- **Lois de newton**

1ère loi	2ème loi	3ème loi
$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$	$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$	$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

- **Types de mouvement**

Mouvement rectiligne		
Au repos	Uniforme	Uniformément varié
$a_x = 0$ $v_x = 0$	$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$	$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = cte$
$x = cte$	$v_x = \frac{dx}{dt} = cte$ $x(t) = vt + x_0$	$v_x(t) = at + v_{0x}$ $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_{0x}t + x_0$

- **Mouvement d'un projectile dans un champs pesanteur uniforme.**



Le solide est soumis à : $\vec{P}$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$

Projection sur l'axe ox	Projection sur l'axe oy
$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$ $v_x = \frac{dx}{dt} = v_{0x}$ $x(t) = v_{0x}t + x_0$	$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -g$ $v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_{0y}$ $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0$
Equation de la trajectoire	
$y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_{0x}} + v_{0y}\frac{x}{v_{0x}} + y_0$	
Flèche	**Portée**
$v_{0y} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_F = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{2g} \\ y_F = \frac{v_0^2 \sin(\alpha)}{2g} \end{cases}$	$\begin{cases} x_P = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \\ y_P = 0 \end{cases}$

- **Pendule élastique**

La force de rappel d'un ressort : $\vec{F} = -k.x.\vec{i}$

L'équation différentielle du mouvement est : $\ddot{x} + \dfrac{k}{m}.x = 0$

La solution de l'équation différentielle $x(t) = X_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

La période propre : $T_0 = 2\pi.\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

L'expression de la vitesse : $\dot{x}(t) = -X_m \dfrac{2\pi}{T_0} \sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

L'expression de l'accélération : $\ddot{x}(t) = -X_m \left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

Le travail d'une force extérieur exercée par un ressort.	*L'expression de l'énergie potentielle élastique.*
$W_{A\to B}(\vec{F}) = \dfrac{1}{2}.k.x_A^2 - \dfrac{1}{2}.k.x_B^2$	$E_{pe} = \dfrac{1}{2}.k.x^2 + Cte$ $\Delta E_{pe\ (A\to B)} = E_{pe(B)} - E_{pe(A)}$

La relation entre le travail d'une force appliquée par un ressort et la variation de l'énergie potentielle élastique
$W_{A\to B}(\vec{F}) = -\Delta E_{pe\ (A\to B)}$
$E_m = E_p + E_c$ avec $E_c = \dfrac{1}{2}.m.\dot{x}^2$ et $E_p = E_{pp} + E_{pe}$

La conservation et la non-conservation de l'énergie mécanique d'un système solide – ressort	
La conservation	La non-conservation
$E_m = cte$	$E_m \neq cte$
$\Delta E_m = 0$	$\Delta E_m \prec 0$
$\dfrac{dE_m}{dt} = 0$	$\dfrac{dE_m}{dt} \prec 0$