

<p><b>Suite majorée, minorée et bornée</b> Soit <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> une suite :</p> <p><math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est Majorée Si <math>(\exists M \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}) U_n \leq M</math></p> <p><math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est Minorée Si <math>(\exists m \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}) U_n \geq m</math></p> <p><math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est Bornée Si <math>(\exists M \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N})  U_n  \leq M</math> ce qui veut dire que <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est à la fois majorée et minorée.</p>	<p><b>Monotonie d'une suite</b> Soit <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> une suite :</p> <p><math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est Croissante Si <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} \geq U_n</math> ou <math>\frac{U_{n+1}}{U_n} \geq 1</math></p> <p><math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est décroissante Si <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} \leq U_n</math> ou <math>\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq 1</math></p> <p><math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est constante Si <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} = U_n</math></p>				
<p><b>Convergence d'une suite</b></p> <p>Si <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \ell</math> alors elle est convergente</p> <p>Si <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \pm\infty</math> ou <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> n'a pas de limite alors elle est divergente</p> <p>Toute suite croissante et majorée est convergente</p> <p>Toute suite décroissante et minorée est convergente</p>	<p><b>Les critères de convergence</b> <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> et <math>(V_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> et <math>(W_n)_{n \in \mathbb{N}}</math></p> <p>Si <math>V_n \leq U_n \leq W_n</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} W_n = \ell</math></p> <p>Alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \ell</math> avec <math>\ell \in \mathbb{R}</math></p> <p>Si <math>V_n \leq \alpha \cdot U_n</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty</math> Alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = -\infty</math> avec <math>\alpha &gt; 0</math></p> <p>Si <math>V_n \geq \alpha \cdot U_n</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty</math> Alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty</math> avec <math>\alpha &gt; 0</math></p> <p>Si <math> V_n - \ell  \leq \alpha \cdot U_n</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0</math> Alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \ell</math> avec <math>\alpha &gt; 0</math></p>				
<p><b>Limite d'une suite</b></p> <p><math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^l} = 0</math> avec <math>l \in \mathbb{N}</math> ; <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} n^l = +\infty</math> avec <math>l \in \mathbb{N}</math></p> <p><math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0</math> ; <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty</math></p> <p>Si <math>r &gt; 0</math> alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} n^r = +\infty</math> ; Si <math>r &lt; 0</math> alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} n^r = 0</math></p> <p>Les propriétés de limites des fonctions restent valables pour les limites des suites</p>	<p><b>Limite <math>V_n = f(U_n)</math></b> <math>f</math> est une fonction continue en <math>\ell</math></p> <p>et <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est une suite tel que <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \ell</math> avec <math>\ell \in \mathbb{R}</math></p> <p>alors : la suite <math>(V_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> définie par <math>V_n = f(U_n)</math> est convergente et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = f(\ell)</math></p>				
<p><b>Suite de la forme : <math>U_{n+1} = f(U_n)</math></b> <math>f</math> est une fonction et <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est une suite de la forme <math>U_{n+1} = f(U_n)</math> Si :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>f</math> est continue sur <math>I</math></li> <li><math>f(I) \subset I</math></li> <li><math>U_{n_0} \in I</math></li> <li>La suite <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est convergente.</li> </ol> <p>Alors la limite de la suite <math>(U_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> est la solution de l'équation <math>f(x) = x</math></p>	<p><b>Limite d'une suite géométrique</b></p> <table border="1"> <tr> <td>Si <math>q &gt; 1</math> alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty</math></td> <td>Si <math>q = 1</math> alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1</math></td> </tr> <tr> <td>Si <math>-1 &lt; q &lt; 1</math> alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0</math></td> <td>Si <math>q \leq -1</math> alors <math>q^n</math> n'a pas de limite</td> </tr> </table>	Si $q > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$	Si $q = 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$	Si $-1 < q < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$	Si $q \leq -1$ alors $q^n$ n'a pas de limite
Si $q > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$	Si $q = 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$				
Si $-1 < q < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$	Si $q \leq -1$ alors $q^n$ n'a pas de limite				

	Suite arithmétique	Suite géométrique
Définition	$U_{n+1} = U_n + r$ $r$ est la raison de la suite	$U_{n+1} = qU_n$ $q$ est la raison de la suite
Moyenne	$a + c = 2b$ $a, b$ et $c$ sont trois termes successifs	$a \times c = b^2$ $a, b$ et $c$ sont trois termes successifs
Terme général (écrire en fonction de $n$ )	$U_n = U_p + (n-p)r$ avec $n \geq p$	$U_n = U_p \times q^{n-p}$ avec $n \geq p$
Somme de tous les termes	$\sum_{k=p}^n U_k = U_p + \dots + U_n = (n-p+1) \left( \frac{U_p + U_n}{2} \right)$	$\sum_{k=p}^n U_k = U_p + \dots + U_n = U_p \times \left( \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \right)$

# L'étude d'une fonction

<p><b>Continuité en un point</b>  <math>f</math> est continue en <math>x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)</math>  <math>f</math> est continue à droite de <math>x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)</math>  <math>f</math> est continue à gauche de <math>x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)</math></p>	<p><b>Continuité sur un intervalle</b>  <math>f</math> est continue sur <math>]a, b[ \Leftrightarrow \forall x \in ]a, b[ f</math> est continue en <math>x</math>.  <math>f</math> est continue sur <math>[a, b] \Leftrightarrow f</math> est continue sur <math>]a, b[</math> et continue à droite de <math>a</math> et à gauche de <math>b</math></p>
<p><b>Fonction réciproque</b>  Si <math>f</math> est continue sur un intervalle <math>I</math>, et <math>f</math> est strictement monotone sur <math>I</math>. Alors <math>f</math> admet une fonction réciproque <math>f^{-1}</math> définie de <math>J = f(I)</math> vers <math>I</math>.  <math>\begin{cases} f(y) = x \\ y \in I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = f^{-1}(x) \\ x \in f(I) \end{cases}</math>  <ul style="list-style-type: none"> <li><math>f</math> est dérivable en <math>x_0</math> et <math>f'(x_0) \neq 0</math> alors <math>f^{-1}</math> est dérivable en <math>y_0</math> tel que <math>f(x_0) = y_0</math> :  <math display="block">(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}</math></li> </ul> </p>	<p><b>Position relative d'une droite <math>(\Delta) : y = ax + b</math> et de la courbe <math>(C_f)</math> :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Si <math>(\forall x \in I) : f(x) - (ax + b) &gt; 0</math> alors <math>(C_f)</math> se trouve au-dessus de <math>(\Delta)</math> sur <math>I</math></li> <li>Si <math>(\forall x \in I) : f(x) - (ax + b) &lt; 0</math> alors <math>(C_f)</math> se trouve au-dessous de <math>(\Delta)</math> sur <math>I</math></li> </ul> <p>Les solutions de l'équation <math>f(x) - (ax + b) = 0</math> sont les abscisses des points d'intersection de <math>(\Delta)</math> et <math>(C_f)</math></p>
<p><b>Dérivabilité en <math>x_0</math> :</b>  <math>f</math> est définie sur <math>I</math> et <math>a \in I</math>  <math>f</math> est dérivable en <math>a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \ell = f'(a)</math>  <math>f</math> est définie sur <math>]a, b[</math>  <math>f</math> est dérivable à droite en <math>a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \ell = f'_d(a)</math>  <math>f</math> est dérivable en <math>a \Leftrightarrow f</math> est dérivable à droite et à gauche en <math>a</math></p>	<p><b>Théorème des valeurs intermédiaires</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Si <math>f</math> est continue un intervalle <math>[a, b]</math>,</li> <li><math>f(a) \times f(b) &lt; 0</math>.</li> </ol> <p>Alors l'équation <math>f(x) = 0</math> admet au moins une solution <math>\alpha</math> dans l'intervalle <math>]a, b[</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Si de plus <math>f</math> est strictement monotone sur <math>[a, b]</math> alors cette solution <math>\alpha</math> est unique dans l'intervalle <math>]a, b[</math></li> </ol>
<p><b>Concavité</b>  Si <math>(\forall x \in I) : f''(x) \geq 0</math> alors la courbe <math>(C_f)</math> admet une concavité dirigé vers le haut (Convexe)  Si <math>(\forall x \in I) : f''(x) \leq 0</math> alors la courbe <math>(C_f)</math> admet une concavité dirigé vers le bas (Concave)</p>	<p><b>Point d'inflexion</b>  Si <math>f''(a) = 0</math> et <math>f''</math> change de signe alors <math>A(a; f(a))</math> est un Point d'inflexion  Si <math>f'(a) = 0</math> et <math>f'</math> ne change pas de signe alors <math>A(a; f(a))</math> est un Point d'inflexion</p>
<p><b>Les extremums d'une fonction (Minimum ou maximum)</b>  <math>f(a)</math> représente une valeur minimale c-à-d : <math>\forall x \in D_f : f(x) \geq f(a)</math>  <math>f(a)</math> représente une valeur maximale c-à-d : <math>\forall x \in D_f : f(x) \leq f(a)</math></p>	

Soient  $U$  et  $V$  deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$  et  $k$  un réel alors :

Opération sur les fonctions dérivées		Opération sur les fonctions primitives	
$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	Primitive de $f(x)$
$U(x) + V(x)$	$U'(x) + V'(x)$	$U'(x) + V'(x)$	$U(x) + V(x)$
$k \cdot U(x)$	$k \cdot U'(x)$	$k \cdot U'(x)$	$k \cdot U(x)$
$U(x) \times V(x)$	$U'(x) \times V(x) + V'(x) \times U(x)$	$U'(x) \times U^n(x)$	$\frac{1}{n+1} U^{n+1}(x)$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{U'(x) \times V(x) - V'(x) \times U(x)}{(V(x))^2}$	$\frac{V'(x)}{(V(x))^2}$	$\frac{1}{V(x)}$
$\frac{1}{V(x)}$	$\frac{-V'(x)}{(V(x))^2}$	$\frac{1}{V(x)}$	$\frac{-V'(x)}{(V(x))^2}$
$V \circ U(x)$	$U'(x) \times V'(U(x))$	$\frac{U'}{U}$	$\ln U $
$(U(x))^n$	$n \times U'(x) \times (U(x))^{n-1}$	$U' \times e^U$	$e^U$
$\sqrt[n]{U(x)}$	$\frac{U'(x)}{n \sqrt[n]{U(x)}}$	$\sqrt[n]{U(x)}$	$\frac{U'(x)}{n \sqrt[n]{U(x)}}$

**la règle de l'hôpital :**  $U$  et  $V$  sont dérivables en  $a$   
Et  $U(a) = V(a) = 0$  et  $V'(a) \neq 0$  alors  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{U(x)}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{U'(x)}{V'(x)}$

# Complexe

<p>la forme <math>a + bi</math> est appelé la forme algébrique <math>i^2 = -1</math>  <math>a = \text{Re}(z)</math> partie réelle de <math>z</math> et <math>b = \text{Im}(z)</math> partie imaginaire de <math>z</math>.  <math>z = a \in \mathbb{R}</math> s'appelle réel pur et <math>z = bi</math> <math>b \in \mathbb{R}</math> s'appelle imaginaire pur</p>	<p><math>A(Z_A) : Z_A = x_A + iy_A</math> est appelé affixe du point <math>A(x_A ; y_A)</math>          Le vecteur <math>\overline{AB}</math> a pour affixe <math>Z_B - Z_A</math> et le vecteur <math>k \cdot \overline{AB}</math> a pour affixe <math>k \cdot (Z_B - Z_A)</math>  <math>\bar{z} = a - ib</math> est appelé le conjugué de <math>z = a + ib</math></p>						
<p><b>Module d'un nombre complexe Propriétés.</b></p>	<p>Soit <math>z = a + ib</math> son module est noté <math> z  = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}</math> <math>\ \overline{AB}\  = AB =  Z_B - Z_A </math> et <math>p \in \mathbb{Z}</math></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math> \bar{z}  =  -z  =  z  =  -\bar{z} </math></td> <td style="padding: 2px;">et <math>z \neq 0 :  z^p  =  z ^p</math></td> <td style="padding: 2px;"><math> z_1 \times z_2  =  z_1  \times  z_2 </math></td> <td style="padding: 2px;"><math>z_2 \neq 0 : \left  \frac{z_1}{z_2} \right  = \frac{ z_1 }{ z_2 }</math></td> </tr> </table>	$ \bar{z}  =  -z  =  z  =  -\bar{z} $	et $z \neq 0 :  z^p  =  z ^p$	$ z_1 \times z_2  =  z_1  \times  z_2 $	$z_2 \neq 0 : \left  \frac{z_1}{z_2} \right  = \frac{ z_1 }{ z_2 }$		
$ \bar{z}  =  -z  =  z  =  -\bar{z} $	et $z \neq 0 :  z^p  =  z ^p$	$ z_1 \times z_2  =  z_1  \times  z_2 $	$z_2 \neq 0 : \left  \frac{z_1}{z_2} \right  = \frac{ z_1 }{ z_2 }$				
<p><b>Écriture trigonométrique (forme trigonométrique)</b></p>	<p>Soit <math>Z = a + bi</math> un nombre complexe non nul.          La forme trigonométrique du nombre <math>Z</math> est : <math>Z =  Z (\cos(\theta) + i \sin(\theta)) =  Z  \cdot \theta</math>          Tel que <math> Z  = \sqrt{a^2 + b^2}</math> est le module de <math>Z</math> Et <math>\arg z \equiv \theta [2\pi]</math> est argument de <math>Z</math>.          Avec : <math>\cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}</math> Et <math>\sin \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}</math></p>						
<p><b>Propriété et Cas particulier</b></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>\arg(z_1 \times z_2) \equiv \arg(z_1) + \arg(z_2) [2\pi]</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>\arg(z^n) \equiv n \cdot \arg(z) [2\pi]</math> avec <math>n \in \mathbb{Z}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) \equiv \arg(z_1) - \arg(z_2) [2\pi]</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>\arg\left(\frac{1}{z_2}\right) \equiv -\arg(z_2) [2\pi]</math></td> </tr> </table>	$\arg(z_1 \times z_2) \equiv \arg(z_1) + \arg(z_2) [2\pi]$	$\arg(z^n) \equiv n \cdot \arg(z) [2\pi]$ avec $n \in \mathbb{Z}$	$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) \equiv \arg(z_1) - \arg(z_2) [2\pi]$	$\arg\left(\frac{1}{z_2}\right) \equiv -\arg(z_2) [2\pi]$		
$\arg(z_1 \times z_2) \equiv \arg(z_1) + \arg(z_2) [2\pi]$	$\arg(z^n) \equiv n \cdot \arg(z) [2\pi]$ avec $n \in \mathbb{Z}$						
$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) \equiv \arg(z_1) - \arg(z_2) [2\pi]$	$\arg\left(\frac{1}{z_2}\right) \equiv -\arg(z_2) [2\pi]$						
<p><b>Opérations sur la forme trigonométrique (Abraham Moivre)</b></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Produit <math>Z_1 \times Z_2</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>Z_1 \times Z_2 =  Z_1 (\cos(\theta_1) + i \sin(\theta_1)) \times  Z_2 (\cos(\theta_2) + i \sin(\theta_2)) =  Z_1  \times  Z_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Produit n fois <math>Z_1^n = Z_1 \times \dots \times Z_1</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>(Z_1)^n =  Z_1 ^n(\cos(n\theta_1) + i \sin(n\theta_1))</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Quotient</td> <td style="padding: 2px;"><math>\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{ Z_1 }{ Z_2 }(\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2))</math></td> </tr> </table>	Produit $Z_1 \times Z_2$	$Z_1 \times Z_2 =  Z_1 (\cos(\theta_1) + i \sin(\theta_1)) \times  Z_2 (\cos(\theta_2) + i \sin(\theta_2)) =  Z_1  \times  Z_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$	Produit n fois $Z_1^n = Z_1 \times \dots \times Z_1$	$(Z_1)^n =  Z_1 ^n(\cos(n\theta_1) + i \sin(n\theta_1))$	Quotient	$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{ Z_1 }{ Z_2 }(\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2))$
Produit $Z_1 \times Z_2$	$Z_1 \times Z_2 =  Z_1 (\cos(\theta_1) + i \sin(\theta_1)) \times  Z_2 (\cos(\theta_2) + i \sin(\theta_2)) =  Z_1  \times  Z_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$						
Produit n fois $Z_1^n = Z_1 \times \dots \times Z_1$	$(Z_1)^n =  Z_1 ^n(\cos(n\theta_1) + i \sin(n\theta_1))$						
Quotient	$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{ Z_1 }{ Z_2 }(\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2))$						
<p>I milieu de <math>[AB] \Leftrightarrow Z_I = \frac{Z_A + Z_B}{2}</math>  <math>\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} = k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow</math> les points <math>A, B</math> et <math>C</math> sont alignés.  <math>\frac{Z_D - Z_C}{Z_B - Z_A} = ik \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow (AB)</math> et <math>(DC)</math> sont perpendiculaires  <math>\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} \times \frac{Z_D - Z_D}{Z_C - Z_D} = k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow A, B, C</math> et <math>D</math> sont circulaires cocycliques .</p>	<p><math>(\overline{AB}; \overline{CD}) \equiv \arg\left(\frac{Z_D - Z_C}{Z_B - Z_A}\right) [2\pi]</math>          La forme exponentielle sera : <math>Z_1 =  Z_1  \cdot e^{i\theta_1}</math>          La formule d'EULER : <math>\begin{cases} \cos \theta_1 = \frac{Z_1 + \bar{Z}_1}{2} = \frac{e^{i\theta_1} + e^{-i\theta_1}}{2} \\ \sin \theta_1 = \frac{Z_1 - \bar{Z}_1}{2i} = \frac{e^{i\theta_1} - e^{-i\theta_1}}{2i} \end{cases}</math></p>						
<p><b>Translation <math>\vec{U}(Z_{\vec{U}}) : f = t_{\vec{U}}</math></b></p>	<p><b>Homothétie de centre <math>\Omega(w)</math> et de rapport <math>k</math> <math>h(\Omega; k) :</math></b></p>	<p><b>Rotation de centre <math>\Omega(w)</math> et d'angle <math>\beta : f = R(\Omega; \beta)</math></b></p>					
<p><math>t_{\vec{U}}(M) = M' \Leftrightarrow \overline{MM'} = \vec{U}</math>  <math>\Leftrightarrow Z' - Z = Z_{\vec{U}}</math>  <math>\Leftrightarrow Z' = Z + Z_{\vec{U}}</math></p>	<p><math>h(M) = M' \Leftrightarrow \overline{\Omega M'} = k \cdot \overline{\Omega M}</math>  <math>\Leftrightarrow Z' - w = k(Z - w)</math>  <math>\Leftrightarrow Z' = k(Z - w) + w</math></p>	<p><math>R(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{\Omega M'} = \Omega M \\ (\overline{\Omega M'}; \overline{\Omega M}) \equiv \beta [2\pi] \end{cases}</math>  <math>\Leftrightarrow Z' - w = e^{i\beta}(Z - w)</math>  <math>\Leftrightarrow Z' = e^{i\beta}(Z - w) + w</math></p>					
<p><b>Équation de la forme : <math>aZ^2 + bZ + c = 0</math> avec <math>a \in \mathbb{R}^*</math> et <math>b, c \in \mathbb{R} : \Delta = b^2 - 4ac</math></b></p>							
<p><math>\Delta &lt; 0</math> : L'équation admet deux solutions complexes :</p> <p><math>Z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}</math> <math>Z_2 = \bar{Z}_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}</math></p>	<p><math>\Delta = 0</math> : L'équation admet une solution :</p> <p><math>Z = \frac{-b}{2a}</math></p>	<p><math>\Delta &gt; 0</math> : L'équation admet deux solutions réelles :</p> <p><math>Z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}</math> <math>Z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}</math></p>					

Relation complexe	Signification géométrique
L'ensemble des M d'affixe Z tel que $ Z - Z_A  =  Z - Z_B $	$ Z - Z_A  =  Z - Z_B  \Leftrightarrow AM = BM$ Alors l'ensemble des M c'est la médiatrice de [AB]
$ Z - Z_A  = k > 0$	$ Z - Z_A  = k \Leftrightarrow AM = k$ Alors l'ensemble des M c'est le cercle de centre A et de rayon k.
$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = \left[ r; \pm \frac{\pi}{2} \right] = r e^{\pm \frac{\pi}{2} i}$	Si $r \neq 1$ alors ABC est un triangle rectangle en A Si $r = 1$ alors ABC est triangle rectangle et isocèle en A
$\left  \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} \right  = 1$	Alors ABC est un triangle isocèle en A
$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = \left[ 1; \pm \frac{\pi}{3} \right] = e^{\pm \frac{\pi}{3} i}$	Alors ABC est un triangle équilatéral.

## Logarithmes et exponentielles

<p><b>Dérivabilité de exp. :</b></p> <p><math>\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)' = e^x</math></p> <p><math>[e^{U(x)}]' = U'(x) \times e^{U(x)}</math></p>	<p><b>Dérivabilité de ln :</b></p> <p><math>\forall x \in ]0, +\infty[ \quad \text{et } U(x) &gt; 0</math></p> <p><math>(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad [\ln(u(x))]' = \frac{U'(x)}{U(x)}</math></p>														
<p><b>Limites usuelles de ln :</b></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0^- \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x-1)}{x} = 1</math></p>	<p><b>Limites usuelles de Exp. :</b></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^n e^x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1</math></p>														
<p><b>Signe de ln :</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">ln x</td> <td style="padding: 5px;">  </td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+ / 0</td> </tr> </table>	x	0	1	+∞	ln x		-	+ / 0	<p><b>Signe de exp. :</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-∞</td> <td style="padding: 5px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">e<sup>x</sup></td> <td colspan="2" style="padding: 5px;">+</td> </tr> </table>	x	-∞	+∞	e <sup>x</sup>	+	
x	0	1	+∞												
ln x		-	+ / 0												
x	-∞	+∞													
e <sup>x</sup>	+														
<p><b>Intégration par parties astuce :</b></p> <p><math>\int_a^b U'(x) \times V(x) dx = [U(x) \times V(x)]_a^b - \int_a^b U(x) \times V'(x) dx</math></p> <p>Pour déterminer la fonction primitive et la fonction dérivée en utilise la méthode suivante :</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>La première fonction dans LPESC est une fonction primitive et la deuxième est une fonction dérivée.</p>	<p><b>L'aire et le volume : (O, i, j)</b></p> <p>Soit I et J deux points tels que : <math>\vec{i} = \overrightarrow{OI}</math> et <math>\vec{j} = \overrightarrow{OJ}</math></p> <p>L'unité d'aire, notée u.A, est l'aire du rectangle bâti à partir des points O, I et J : <math>1. u.A = \ \vec{i}\  \cdot \ \vec{j}\ </math></p> <p style="text-align: center;"><math>S = \left( \int_a^b  f(x)  dx \right) u.A</math></p> <p>Le volume du solide de révolution engendré par la rotation de la courbe (C<sub>f</sub>) sur [a, b], est un tour complet autour de l'axe des abscisses est : u.v : unité de volume</p> <p style="text-align: center;"><math>V = \left( \int_a^b \pi f^2(x) dx \right) u.v</math></p>														

# La probabilité

Quelques types de tirage : On tire $p$ éléments parmi $n$ élément. $p \leq n$	Type de tirage	Nombre de possibilités	L'ordre
	Simultanément	$C_n^p$	N'est important
	Successivement et sans remise	$A_n^p$	Important
	Successivement et avec remise	$n^p$	Important

Soit  $A$  un évènement de probabilité  $p$  dans une expérience aléatoire  
On répète cette expérience  $n$  fois  
La variable aléatoire  $X$  qui est égale au nombre de fois de réalisation de  $A$  s'appelle **variable aléatoire binomiale de paramètre  $n$  et  $p$**

On a :  $X(\Omega) = \{0, 1, 2, \dots, n\}$   
 $\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$   
 $E(x) = np$  Et  $V(X) = np(1-p)$

# La Géométrie

<p>Soient <math>\vec{u}(a; b; c)</math> et <math>\vec{v}(a'; b'; c')</math></p> <p>Produit scalaire : <math>\vec{u} \cdot \vec{v} = aa' + bb' + cc'</math> (si <math>\vec{u} \cdot \vec{v} = 0</math> alors <math>\vec{u} \perp \vec{v}</math>)</p> <p>Norme : <math>\ \vec{u}\  = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}</math></p> <p>Produit vectoriel :</p> $\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & a & a' \\ \vec{j} & b & b' \\ \vec{k} & c & c' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & b' \\ c & c' \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a & a' \\ c & c' \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \vec{k}$	<p>La distance entre deux points <math>A</math> et <math>B</math> est :</p> $AB = \ \vec{AB}\  = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$ <p>La distance d'un point <math>M</math> au plan <math>(P)</math> d'équation : <math>ax + by + cz + d = 0</math></p> $d(M; (P)) = \frac{ ax_M + by_M + cz_M + d }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ <p>La distance d'un point <math>M</math> à la droite <math>\Delta(A; \vec{u})</math> :</p> $d(M; (\Delta)) = \frac{\ \vec{AM} \wedge \vec{u}\ }{\ \vec{u}\ }$
<p><math>\vec{n}(a, b, c)</math> est un vecteur normal au plan <math>(P)</math> avec <math>A \in (P)</math> :</p> $M \in (P) \Leftrightarrow (P) : \vec{AM} \cdot \vec{n} = 0$ <p>Si <math>\vec{AB} \wedge \vec{AC} \neq \vec{0}</math> alors les point <math>A, B</math> et <math>C</math> ne sont pas alignés.</p> <p>Dans ce cas <math>\vec{AB} \wedge \vec{AC}</math> est un vecteur normal au plan <math>(ABC)</math></p> <p>d'où : <math>M \in (ABC) \Leftrightarrow (ABC) : \vec{AM} \cdot (\vec{AB} \wedge \vec{AC}) = 0</math></p>	<p>Soit la droite <math>(\Delta)</math> de vecteur directeur <math>\vec{u}</math> et qui passe par le point <math>A : \Delta(A; \vec{u})</math> :</p> $A(x_A; y_A; z_A) \text{ et } \vec{u}(x_u; y_u; z_u)$ $\begin{cases} x = x_A + x_u t \\ y = y_A + y_u t \\ z = z_A + z_u t \end{cases} t \in \mathbb{R}$
<p>L'équation d'une sphère <math>(S)</math> de centre <math>\Omega(a, b, c)</math> et de rayon <math>R</math> est :</p> $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$	<p>L'équation d'une sphère <math>(S)</math> de diamètre <math>[AB]</math> est :</p> $M \in (S) \Leftrightarrow (S) : \vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$

$OH = d(O; (P)) < R$	$OH = d(O; (P)) = R$	$OH = d(O; (P)) > R$
Le plan $(P)$ coupe la sphère $(S)$ selon un cercle $(C)$ de centre $H$ et de rayon $r = \sqrt{R^2 - d^2}$	Le plan $(P)$ est tangent à la sphère $(S)$ .	Le plan $(P)$ ne coupe pas la sphère $(S)$ .

$OH = d(O; (D)) < R$	$OH = d(O; (D)) = R$	$OH = d(O; (D)) > R$
La droite $(D)$ coupe la sphère $(S)$ en deux points différents	La droite $(D)$ est tangente à la sphère $(S)$ .	La droite $(D)$ ne coupe pas la sphère $(S)$ .